**八年级数学思维训练第一课**

**教学内容：棋盘中隐蔽的“另类”相等线段**

**教学目标**

**1、让学生了解到三角形全等是探索图形性质的有力工具**

**2、通过观察和自己动手操作，让学生认识到网格中存在着大量的全等三角形**

**教学重、难点：通过画图、观察、归纳、猜想、验证，体会特殊到一般的科学学习方法。**

**教具准备：中国象棋一幅、正方形网格纸（纵横都不少于20格）两张。**

**教学设计：**

1. **操作探究**

**1．走出一“方”天地．**

**小明对中国象棋中的马走“日”字产生了兴趣．如图1，马从点A出发，连走4步，可沿线路“A→B→C→D→A”回到点A（所行路线呈正方形）．趣曰：“马行四日游一方”．**



图1



图2

**由三角形全等可知：AB＝BC＝CD＝DA，∠A＝∠B＝∠C＝∠D＝90°．**

**设网格中小正方形的边长为1（单位长度）．AB是“日”字（外框是“2×1”的长方形）的一条对角线．棋盘上，除“2×1” 的长方形对角线外，找不到与相等的格点线段．类似地，你也可沿“目”字（指外框为“3×1”的长方形）的对角线走出一个正方形路线．同样，网格中，除“3×1”的长方形对角线外，也找不到与此间“步长”相等的格点线段．**

**请你用4枚棋子在棋盘上摆出一个正方形（用棋子表示正方形的顶点位置，无需画出正方形的边），变换棋子的位置，你能得到哪些大小不同切边长不是整数的“正方形”？请与同伴交流．**

**2．从好奇到发现．**

**小明听邻居小芳说，在图2中，AB＝5，并说我们的祖先在3000多年前就知道了这个结论．小明当时十分不解．在好奇心的驱使下，小明开始了如下的观察与思考：**

**如图3，借鉴上面对“马走日字”的研究，可知OB＝OD，OA＝OC，∠AOB＝∠COD＝90°，所以△AOB≌△COD，即AB＝CD＝5．**



图4



图3

**3．在同一网格中，不同规格的两个长方形，其对角线是否相等？**

**如图4先利用“3×1”的长方形画出垂直且相等的线段OA、OC，再利用“6×2”的长方形画出垂直且相等的线段OB、OD．请你连接AB、CD，得到△\_\_\_\_\_\_\_\_\_≌△\_\_\_\_\_\_\_\_，从而发现“\_\_\_\_\_×\_\_\_\_\_”和“\_\_\_\_\_×\_\_\_\_\_”的两个不同规格的长方形的对角线竟然相等．**

**观察图3和图4，小明倍加兴奋：“啊，网格中竟然隐藏着无数只美丽的‘蝴蝶’！”请你也在网格纸上画出如下图案：**

**⑴画2～4只与图3形状相同的“蝴蝶”，构成一幅图案；**

**⑵画1只与图3、图4不同的网格“蝴蝶”，要求两只翅膀伸展在不同规格的长方形中．你在图1的棋盘上能画出这样1只“蝴蝶”吗？**

1. **活动创新**

**如果以网格中的1个格点为圆心，5为半径画圆，那么有12个格点在这个圆上．请你也以1个格点为圆心并以另一个长度为半径画圆，使该圆上的格点超过8个．你能使所画圆上的格点超过12个吗？**

**三、小结收获**

**你还有什么收获，请写下来，与同学交流．**

**八年级数学思维训练第二课**

**教学内容：铰链连接与稳定性**

**教学目标**

**⑴通过铰链连接活动，让学生发现利用三角形的稳定性，可以使任何多边形框架的形状稳定．**

**⑵让学生在操作实践中获得数学活动的经验，感受“观察、实验、猜想、验证和归纳”的学 习方法，在具体问题中把握数学实质，培养数学素养．**

**⑶培养学生勤于实践，勇于发现，乐于创新的学习品质．**

**教学重点：经历铰链连接活动，提高学生动手操作的能力、发现问题并提出问题的能力、分析问题和解决问题的能力、解释实际问题的能力．**

**教学难点：从活动中提出数学猜想，并探索、验证稳定性的方法．**

**教学具准备：长短不等的长方形木条30根/组，图钉1盒（30枚）/组.**

**教学设计：**

**㈠活动体验**

**情境1: 1．观察生活中的挂衣架，感知铰链连接在生活中的应用．**

**2．尝试简单的铰链连接操作，感知三角形的稳定性．**

**问题：怎样使得角的形状稳定？**

**方法：添加一根木条，组成三角形． 原理：三角形具有稳定性．**

**㈡活动发现**

**1．操作:　　（三根木棒）**

**⑴在三角形的基础上，接入一根木条，感知四边形的不稳定性．**

**问题：怎样使得四边形的形状稳定？**

**方法：至少添加一根木条，形成2个三角形．　 原理：三角形具有稳定性．**

**预案：为什么这样添加也能保证稳定呢? （相当于添加了一条对角线）**

**⑵五边形、六边形呢？n边形呢？**

**结论1：n边形（n＞3）具有不稳定性．**

**⑶填表：**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **边数** | **4** | **5** | **6** | **…** | **n** |
| **至少需要添加**  **对角线的条数** | **1** | **2** | **3** | **…** | **n-3** |

**结论2：要使铰接的n边形框架形状稳定,至少需要添加(n-3)条对角线**

**2．分析:**

**观察：下图这样铰接形状稳定吗?**

**结论3: 如果(n-3)条对角线的位置选择不当,仍不能保证该n边形框架形状稳定.**

**3．思考:如何正确选择对角线的位置呢?**

**构造三角形，利用三角形的稳定性使得n边形框架形状稳定.**

**㈢活动创新**

**1．减一减：采用减少木条的方式，找到稳定的框架形状.**

**2．画一画：画出本节课学到的稳定的框架形状.**

**3．想一想：下图的铰接颇具美感.它具有稳定性吗?**

**4．做一做：模拟活动室：**

**右图是美丽的五角星图案,但铰接不稳定，添加木条虽可使其稳定,但会影响美观.小明选用加钉（铰链）的办法使其稳定.你知道小明的设计方案吗？**

**活动收获:**

**四、检测设计**

**回家用木条和铰链做一个挂衣架，给爸爸妈妈带去一份惊喜。用今天学到的知识使得它稳定，并把实践过程记录下来.**

**八年级数学思维训练第三课**

**教学内容：剪纸**

**教学目标 ：**

**1．通过折叠剪纸，进一步理解轴对称及其性质．**

**2．在制作剪纸的过程中，进一步理解轴对称及其性质，发展动手能力与空间观念．**

**3．欣赏中国民间剪纸艺术中的一些图案，体验轴对称在现实生活中的广泛应用和丰富的文化价值．从而激发学生的学习兴趣**

**教学重点：轴对称及其性质的理解，发展空间观念。**

**教学难点：制作完轴对称图形后的思考，发展抽象概括能力。**

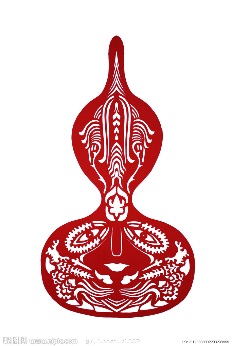
**教具准备：学生：剪刀、纸； 教师：多媒体、一些具有轴对称图形的窗花。**

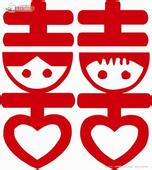
**教学设计：**

**一、创设情景：**

**1、谈话：同学们，我手中有一把剪刀和一张普通的纸，就是它们创造出了中国民间文化——剪纸，又叫窗花。这古老的传统民间艺术有1000多年的历史，风格独特，深受国内外人士所喜爱。今天，我们就来欣赏出自古代与现代艺人之手的部分代表作品。**

**2、板书： 剪纸**

**3、利用课件与实物投影仪展示教师准备的剪纸作品。如下：**

[](http://image.baidu.com/i?ct=503316480&z=&tn=baiduimagedetail&ipn=d&word=%E5%89%AA%E7%BA%B8%E5%9B%BE%E7%89%87&step_word=&ie=utf-8&in=22239&cl=2&lm=-1&st=-1&pn=50&rn=1&di=67778054450&ln=1978&fr=&&fmq=1381931752765_R&ic=0&s=&se=&sme=0&tab=&width=&height=&face=&is=&istype=2&ist=&jit=&objurl=http%3A%2F%2Fimg4.mypsd.com.cn%2F20110801%2FMypsd_63275_201108011434160001B.jpg)[](http://image.baidu.com/i?ct=503316480&z=&tn=baiduimagedetail&ipn=d&word=%E5%89%AA%E7%BA%B8%E5%9B%BE%E7%89%87&step_word=&ie=utf-8&in=18718&cl=2&lm=-1&st=-1&pn=29&rn=1&di=118329486600&ln=1978&fr=&&fmq=1381931752765_R&ic=0&s=&se=&sme=0&tab=&width=&height=&face=&is=&istype=2&ist=&jit=&objurl=http%3A%2F%2Fpic12.nipic.com%2F20110114%2F1644255_194110633000_2.jpg)[](http://image.baidu.com/i?ct=503316480&z=&tn=baiduimagedetail&ipn=d&word=%E5%89%AA%E7%BA%B8%E5%9B%BE%E7%89%87&step_word=&ie=utf-8&in=25591&cl=2&lm=-1&st=-1&pn=14&rn=1&di=53586869300&ln=1978&fr=&&fmq=1381931752765_R&ic=0&s=&se=&sme=0&tab=&width=&height=&face=&is=&istype=2&ist=&jit=&objurl=http%3A%2F%2Fpic4.nipic.com%2F20090918%2F2942768_142830011513_2.jpg)

[](http://image.baidu.com/i?ct=503316480&z=&tn=baiduimagedetail&ipn=d&word=%E5%89%AA%E7%BA%B8%E5%9B%BE%E7%89%87&step_word=&ie=utf-8&in=10695&cl=2&lm=-1&st=-1&pn=19&rn=1&di=61139319150&ln=1978&fr=&&fmq=1381931752765_R&ic=0&s=&se=&sme=0&tab=&width=&height=&face=&is=&istype=2&ist=&jit=&objurl=http%3A%2F%2Fpic10.nipic.com%2F20100928%2F5871652_024626779000_2.jpg)

[](http://image.baidu.com/i?ct=503316480&z=&tn=baiduimagedetail&ipn=d&word=%E5%89%AA%E7%BA%B8%E5%9B%BE%E7%89%87&step_word=&ie=utf-8&in=20184&cl=2&lm=-1&st=-1&pn=94&rn=1&di=273078658300&ln=1978&fr=&&fmq=1381931752765_R&ic=0&s=&se=&sme=0&tab=&width=&height=&face=&is=&istype=2&ist=&jit=&objurl=http%3A%2F%2Fpic21.nipic.com%2F20120603%2F4688945_180320547168_2.jpg)[](http://image.baidu.com/i?ct=503316480&z=&tn=baiduimagedetail&ipn=d&word=%E5%89%AA%E7%BA%B8%E5%9B%BE%E7%89%87&step_word=&ie=utf-8&in=5137&cl=2&lm=-1&st=-1&pn=31&rn=1&di=117062378550&ln=1978&fr=&&fmq=1381931752765_R&ic=0&s=&se=&sme=0&tab=&width=&height=&face=&is=&istype=2&ist=&jit=&objurl=http%3A%2F%2Fpic.nipic.com%2F2007-12-28%2F20071228153148204_2.jpg)[](http://image.baidu.com/i?ct=503316480&z=&tn=baiduimagedetail&ipn=d&word=%E5%89%AA%E7%BA%B8%E5%9B%BE%E7%89%87&step_word=&ie=utf-8&in=31716&cl=2&lm=-1&st=-1&pn=75&rn=1&di=113873366750&ln=1978&fr=&&fmq=1381931752765_R&ic=0&s=&se=&sme=0&tab=&width=&height=&face=&is=&istype=2&ist=&jit=&objurl=http%3A%2F%2Fpic24.nipic.com%2F20121008%2F458941_165659170375_2.jpg)

**4、你最喜欢哪一幅剪纸？（学生对喜爱的作品进行谈话交流。）**

**5、教师对部分作品进行解说（主要针对古老的吉祥图案）。剪纸艺术是生活化的艺术，尤其体现在古代。剪纸都应用于生活的哪些方面？（服装、瓷器、皮影、居家装饰等）**

**二、操作探究**

**（1）：师生合作完成：**

**活动1：剪四边形。**

**如图1-①，把一张正方形纸片对折后得图1-②，再对折后得图1-③，沿虚线剪下得图1-④。**

**问：（1）想一想，图1-③的展开图有几条对称轴？这个图形有什么特征？**

**（2）画一画：图1-④展开后的图形。展开成图1-④，与你画得一样吗？**

**（3）你能仿照上述方法剪出正方形吗？说明剪法和理由。**

**活动2、剪筝形。**

**如图2-①，把一张正方形纸片对折后得图2-②，再对折后得图2-③，沿虚线剪下得图2-④。**

**问：（1）猜想：剪下部分的展开图有几条对称轴？这个图形有什么特征？**

**（2）展开图2-④，你的猜想对吗？**

**活动3、剪马鞍形。**

**如图3，把一张长与宽的比为2:1的长方形纸片按如图3-①、图3-②的方式对折，然后沿图3-③中的虚线剪下得图3-④。**

**问：（1）图3-④的展开图有几条对称轴？这个图形有什么特征？**

**（2）请你利用对称性，画出图3-④的展开图**

**（3）展开图3-④，与你画得展开图一样吗？**

**（2）：学生独立完成：剪五角星**

**把一张长方形纸片对折后得图4-②，再将纸片依次按图4-②中的各条虚线折叠成图4-③，沿图4-③虚线剪下。**

**问：（1）图4-③的展开图有几条对称轴？这个图形有什么特征？**

**（2）展开图4-③，与你猜想的一样吗？**

**（3）探究在图4-③中，如果有是90°，那么剪出的图形是什么样的呢？请你先想一想，再动手试一试。**

**三、课堂总结。**

**四、课后作业。**

**利用轴对称图形的原理，制作完成一组“可爱的动物”的花边，装饰班里的墙报。**

**八年级数学思维训练第四课**

**教学内容：平移与翻折**

**教学目标**

**1、通过对基本图形的平移、翻折，经历和体验图案的变化过程，加深对称图形的认识；**

**2、通过观察和自己动手操作，认识到图形的翻折与平移在一定条件下能互相转化；**

**3、通过画图、观察、归纳、猜想、验证，进一步掌握了特殊到一般的科学学习方法。**

**教学重点：通过观察和动手操作，认识到图形的翻折与平移在一定条件下能互相转化**

**教学难点：通过画图、观察、归纳、猜想、验证，体会特殊到一般的科学学习方法。**

**教具准备：铅笔、橡皮、直尺、纸**

**教学设计：**

1. **操作探究**

**图形的翻折与平移之间有什么联系？让我们通过画图，探索其中的奥妙吧！**

**活动1：**

**如图1，直线l0、l1 、l2 、l3都与直线m垂直，且她们之间的距离都为1个单位长度。请按下列要求画图。**

**（1）请画出△ABC关于直线l1对称的△A1B1C1；  
（2）请画出△A1B1C1关于l2成轴对称的△A2B2C2；  
（3）请画出△A2B2C2关于l2成轴对称的△A3B3C3**

**（4）观察你画的图形，在下列横线上填写“平移”或“翻折”：**

**把△ABC经过 ，就能直接得到△A2B2C2，把△ABC经过 ，就能直接得到△A3B3C。**

**想一想：在（4）中，如果把△ABC向右平移，那么平移多少个单位长度才能得到△A2B2C2？如果把△ABC经翻折后得到△A3B3C3，那么对称轴是哪条直线？**

**活动2：**

**按活动1的规定，在图1中，再画出符合上述条件的2条直线l4 、l5（如图2），请你根据上述图中的发现，直接画出△A4B4C4和△A5B5C5。**

**活动3：**

**在图3中，直线l0、l1 、l2 …ln都与直线m垂直，且她们之间的距离都为1个单位长度。请按活动1的规定画出△AnBnCn。**

1. **当n为奇数时，△AnBnCn可以看做是△ABC由经过怎样的运动变化得到的？在图3中画出△AnBnCn。**
2. **当n为偶数时，△AnBnCn可以看做是△ABC由经过怎样的运动变化得到的？在图4中画出△AnBnCn。**

1. **拓展创新**
2. **在图5中，直线l0、l1 、l2 …ln都与直线m垂直，垂足分别是P0、P1 、P2 …Pn，但她们之间的距离不相等,依次画出△ABC关于直线l1对称的△A1B1C1，△A1B1C1关于l2成轴对称的△A2B2C2，△A2B2C2关于l2成轴对称的△A3B3C3，…, △An-1Bn-1Cn-1关于l2成轴对称的△AnBnCn,你能由△ABC由经过运动变化得到△AnBnCn吗？**

**小丽是这样想的：**

**当n为奇数时，以线段的垂直平分线为对称轴，将△ABC翻折就得到△AnBnCn; 当n为偶数时，将△ABC向右平移P1 Pn的长就得到△AnBnCn;**

**小丽的推断对吗？**

1. **如图6，在数轴上以OA为直径在数轴上方画一个半圆，再以AB为直径在数轴上的下方画一个半圆，构成一个“～”形图案。将这个图案向右、向左连续平移2个单位长度，构成如图6所示的图案，这个图案是轴对称图形吗？如果是，请画出它的一条对称轴。**

1. **小结收获**

**本节课你有何收获？有何疑问？**

**八年级数学思维训练第五课**

**教学内容：数格点算面积**

**教学目标：**

**1.通过画图、列表、分析数据、寻找规律，发现并验证皮克定理；**

**2.让学生在“做”中学，通过实际操作获得亲身体验,积累直接经验。强化学生在数学学习过程中的主体地位，发挥学生的积极性、主动性和创造性，自主地投入活动；**

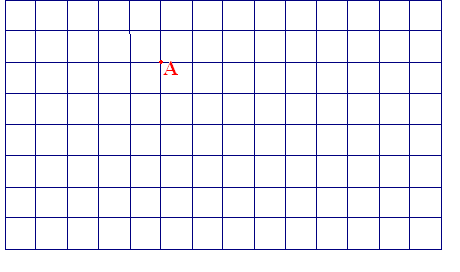
**3.通过动手操作、观察类比、分析归纳、合作交流等一系列探究活动，了解解决问题的过程和方法；经历从特殊到一般的过程，体验“在解决多变量问题中采用变量控制法”的科学思维方法。**

**教学重点：经历实践活动的过程，学会寻找思考问题的着眼点，掌握研究问题的方法，领悟数学思想。**

**教学过程：**

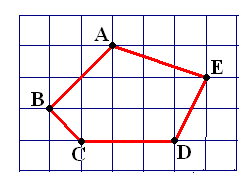
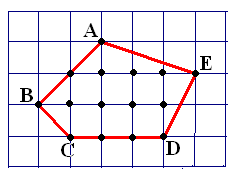
1. **创设情境**

**网格纸上画着纵、横两组平行线，相邻的平行线之间的距离都相等，这样两组平行线的交点称为格点。**

****

**如果一个多边形的顶点都在格点上，那么这种多边形叫做格点多边形。**

**(如下图中的五边形ABCDE)。**

** **

**有趣的是：这种称为格点多边形的面积可以根据图形内部及它的边上的格点的数目来计算，算法十分简捷。**

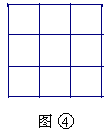
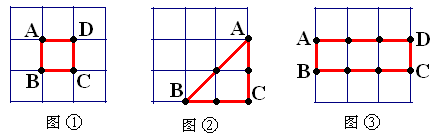
**设格点多边形的面积为S，多边形内部的格点数为N，它的边上的格点数为L，下面我们来探究S与N、L三者之间的关系。**

**二、探究新知**

**问题的研究应该从简单的图形入手。**

**活动一**

**1．如图①②③都是N=0的格点多边形，请你在仿照此式样再画一个这样的多边形。**

****

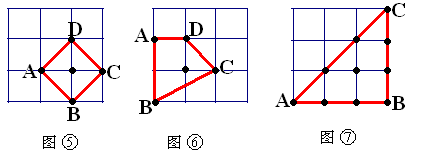
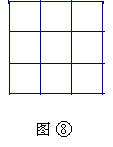
**2．根据以上图形以及你画的图形填表：**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **图形序号** | **S** | **N** | **L** |
| **①** | **1** | **0** | **4** |
| **②** | **2** | **0** | **6** |
| **③** | **3** | **0** | **8** |
| **④** |  |  |  |

**3．观察图表可以发现：。判断一下在你画的图中这个关系式是否成立？**

**活动二**

**1．如图⑤⑥⑦都是N= 1的格点多边形，请你在仿照此式样再画一个这样的多边形。**

** **

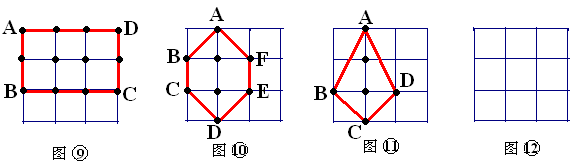
**2．根据以上图形以及你画的图形填表：**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **图形序号** | **S** | **N** | **L** |
| **⑤** | **2** | **1** | **4** |
| **⑥** | **2.5** | **1** | **5** |
| **⑦** | **4.5** | **1** | **9** |
| **⑧** |  |  |  |

**3．观察上表，你有什么发现？怎样用N、L的代数式来表示S ？**

**活动三**

**1．如图⑨⑩都是N= 2的格点多边形，请你在仿照此式样再画一个这样的多边形。**

****

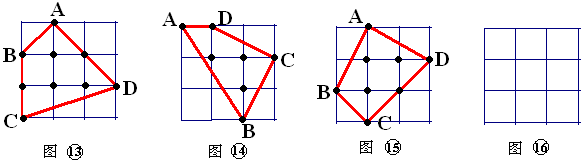
**2．根据以上图形以及你画的图形填表：**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **图形序号** | **S** | **N** | **L** |
| **⑨** | **6** | **2** | **10** |
| **⑩** | **4** | **2** | **6** |
|  | **3** | **2** | **4** |
|  |  |  |  |

**3．观察上表，你有什么发现？怎样用N、L的代数式来表示 S？**

**活动四**

**1．如图、、都是N= 3的格点多边形，请你在仿照此式样再画一个这样的多边形。**

****

**2．根据以上图形以及你画的图形填表：**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **图形序号** | **S** | **N** | **L** |
|  | **5** | **3** | **6** |
|  | **4** | **3** | **4** |
|  | **4.5** | **3** | **5** |
|  |  |  |  |

**3．观察上表，你有什么发现？怎样用N、L的代数式来表示 S？**

**4．综合分析与归纳：格点多边形的面积S与多边形内部的格点数N、它的边上的格点数L之间的数量关系式是。**

**5．这个公式是由奥地利数学家皮克(Georg Pick)在1899年给出的，所以这个公式被人称为皮克定理。这是一个实用而且有趣的定理。不过通常我们需要计算的图形 往往并不都是格点多边形。因此，在实际应用时，仍需要用割补的方法，将问题转化为面积相等的格点多边形，然后再用皮克定理进行计算。**

**三、课堂小结**

**通过本节课的学习谈谈你的收获。**

**八年级数学思维训练第六课**

**教学内容： 勾股定理的验证**

**教学目标：**

**1、通过拼图,用面积的方法说明勾股定理的正确性.**

**2、通过勾股定理的应用， 培养学生的知识应用技能.**

**一、情境创设**

**勾股定理是数学中一个重要的定理，几乎所有拥有古代文化的民族和国家都对它进行了大量的研究，找到了许多验证的方法，你想了解验证勾股定理的方法，并且自己来验证勾股定理吗？让我们一起走进数学实验室！**

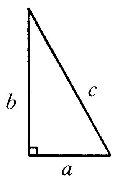
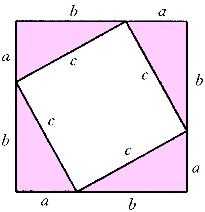
**二、探索活动**

**1、（1）你能把4个全等的直角三角形如图①、与边长为c的正方形拼成一个大的**

**正方形吗？ 你能验证勾股定理吗？**

1. **用4个全等的直角三角形①，把它们拼成弦图，如图（2）所示的图形,**

** 探索数学家赵爽是如何利用弦图验证勾股定理的。**

****

 **① 图（1） 图（2）**

1. **用2个全等的直角三角形①，与一个直角边为C的等腰直角三角形。把它们**

**拼成如图（3）所示的图形,你能利用它验证勾股定理吗？**



****

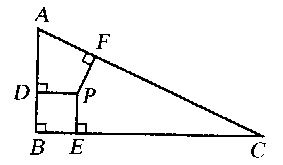
**图(3) 图(4)**

1. **用图①的4个全等的直角三角形，与边长为a的正方形、边长为b的正方形还可以**

**拼成如图(4)所示的图形，你能利用这两个图形验证勾股定理吗？**

**2、其它三角形的三边是否也有这个性质呢？大家动手，对下图中的两个三角形三边的关系进行探究。**

**三、巩固练习：**

**1、在RtΔABC中,∠C=900.**

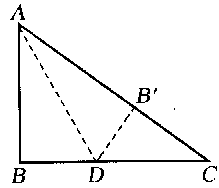
**①若a:b=3:4,c=10,则a=\_\_\_\_,b=\_\_\_\_.**

**②若a=6,b=8,则斜边c上的高h=\_\_\_\_\_\_.**

**2、①若直角三角形的三边为6、8、x，则x的长为 （ ）**

**A.6 B.8 C.10 D.以上答案均不对**

**②如图，△ABC中，∠B=90°，两直角边AB=7，BC=24，三角形**

** 内有一点P到各边的距离相等，则这个距离为 （ ）**

**A．1 B．3 C．4 D．5**

**③如图，有一块直角三角形纸片，两直角边AB=6，BC=8，将△ABC**

**折叠,使AB落在斜边AC上,折痕为AD,则BD的长为（ ）**

**A．3 B．4 C．5 D．6**

1. **P为正方形ABCD内一点，将△ABP绕B顺时针旋转90°到**

**△CBE的位置，若BP＝a.求：以PE为边长的正方形的面积。**

**4、已知:如图13,△ABC中,AB=10,BC=9,AC=17. 求BC边上的高.**

****

**B**

**A**

**C**

**5、拼图填空：剪裁出若干个大小、形状完全相同的直角三角形，三边长分别记为a、b、c，如图①.（1）拼图一：分别用4张直角三角形纸片，拼成如图②③的形状，观察图②③可发现，图②中两个小正方形的面积之和 （填“大于”、“小于”或“等于”）图③中小正方形的面积，用关系式表示为 .（2）拼图二：用4张直角三角形纸片拼成如图④的形状，观察图形可以发现，图中共有\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_个正方形，它们的面积之间的关系是 ，用关系式表示为 .（3）拼图三：用8个直角三角形纸片拼成如图⑤的形状，图中3个正方形的面积之间的关系是 ，用关系式表示\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ .**

****

**①**

**四、课堂小结：**

**从“面积到乘法公式”一章的学习中，我们把几个图形拼成一个新的图形，通过图形面积的计算得到了许多有用的式子，这节课同样地我们用多种方法拼图验证了勾股定理，你有什么感受？**

**八年级数学思维训练第七课**

**教学内容：勾股数探索**

**教学目标**

**1、探索勾股数的表达式。**

**2、能熟练判断一组数据是否是勾股数，能判断一组表达式是否是勾股数。**

**3、通过探索表达式，激发学生的数学学习的兴趣。**

**教学过程**

**一、创设情境**

**1、讨论**

**（1）以3cm、4cm、5cm为三条边画三角形，得到的三角形是什么三角形？**

**以6cm、8cm、10cm为边呢？以5cm、12cm、13cm为边呢？**

**（2）如果三角形的三边长a、b、c满足a2+b2=c2 ,那么这个三角形是直角三角形.**

**2、在我国古书《周脾算经》中记载着"勾三股四弦五"的说法，事实上，3，4，5就是一组三个连续正整数的勾股数.除此之外还有其他满足条件的数组吗？经过验证，勾股数为三个连续正整数只有3，4，5.**

**像(3，4，5)、(6，8，10)、(5,12,13)等满足a2+b2=c2的一组正整数,通常称为勾股数.**

**二、引入课题：勾股数的探索。**

**勾股数的定义：三个正整数a、b、c满足是直角三角形的三条边，我们就可以把a、b、c称作是一组勾股数。**

**三、探索过程：**

**探索1：填表：**

**表1**

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **a** | **3** |  | **7** | **9** | **11** | **…** |
| **b** | **4** | **12** |  |  |  | **…** |
| **c** | **5** | **13** | **25** |  | **61** | **…** |

**表2**

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **a** | **6** | **8** | **10** | **12** | **14** | **…** |
| **b** | **8** | **15** |  |  |  | **…** |
| **c** | **10** | **17** | **26** |  |  | **…** |

**(1)在表2中，a为奇数，正整数b和c之间的数量关系是\_\_\_\_\_\_\_\_,b、c与a之间的关系式是\_\_\_\_\_\_\_\_\_.一般地，当a为奇数时，用a分别表示b、c，则b=\_\_\_,  c=\_\_\_\_.根据以上规律，当a=13时,b=\_\_\_,  c=\_\_\_\_\_.**

**(2)表2中，a为大于4的偶数，正整数b和c之间的数量关系是\_\_\_\_\_\_\_\_\_,  b、c与a之间的关系式是\_\_\_\_\_\_\_\_.一般地，当a为大于4的偶数时，用a分别表示b、c，则b=\_\_\_\_\_,  c=\_\_\_\_\_.根据以上规律，当a=16时,b=\_\_\_\_\_, c=\_\_\_\_\_\_\_\_.**

**探索2：从上面的探究中可以发现：一组勾股数3，4，5的2倍6，8，10仍然是一组勾股数.那么任意一组勾股数的正整数倍是否还是一组勾股数呢？请说明。**

**探索3：**

**已知数据    ， 其中   m>n，m、n为正整数，**

**那么a、b、c称作是一组勾股数**

**四、练习：**

**1、下面几组数是勾股数的有（ ）  
①0.6，0.8，1 ②,1, ③30，40，50 ④7，8，9  
A.4组 B.3组 C.2组 D.1组  
2、说明理由**

**（1） a是奇数，且a2=2b+1，那么a，b，b+1是勾股数吗？**

**（2）a是偶数，且a2=4b，那么a，b－1，b＋1是勾股数吗？**

**五、课堂小结**

**通过本节课的学习谈谈你的收获。**

**八年级数学思维训练第八课**

**教学内容： 一次函数图形的变换**

**教学目标：**

**1、进一步领会一次函数的定义、图象、性质、应用以及它与正比例函数的关系**

**2、进一步感知本章课本体现和渗透的重要的数学思想方法**

**3、培养学生用数形结合的思想方法探索数学问题的能力。**

**1.函数y=自变量x的取值范围是\_\_\_\_\_\_\_\_\_.**

**2.直线可以由直线沿x轴\_\_\_\_\_\_\_平移 个单位 而得到；**

**直线可以由直线沿轴\_\_\_\_\_\_\_平移 个单位而得到.**

**3.将直线y=2x向左平移一个单位，所得的直线是 。**

**4.直线y=x–1和y=x+3的位置关系是\_\_\_\_，由此可知方程组解的情况为\_\_\_\_\_.**

**5.已知点A(a ,–2) , B(b ,–4)在直线y=–x+6上，则a、b的大小关系是a\_\_\_\_b.**

**6. 已知y+2和x成正比例，当x=2时，y=4，则y与x的函数关系式是\_\_\_\_\_\_ \_\_\_\_。**

**已知y与2x-1成正比例，且当x=3时，y=6，写出y与x的函数关系式 。**

**7.如图，直线y=x+2交x轴于点A，交y轴于点B，点P（x , y）是直线AB上一动点，△PAO的面积为S，求S与x的函数关系式；写出x的取值范围**

O

P

Y

B

A

x

**8.如图，直线与轴、轴分别交于点A和点B，M是OB上的一点，若将△ABM沿AM折叠，点B恰好落在轴上的点处，求点M的坐标。**



**9.等腰三角形周长40cm.**

**（1）写出底边长ycm与腰xcm的函数关系式.并写出自变量取值范围.**

1. **画出函数图象**

**10.画出函数的图象，并回答下列问题：**

**（1）当时，的值是多少？**

**（2）当时，的值是多少？**

**（3）当为何值时，？**

**（4）坐标原点为点O,直线与y轴的交点为点A,点B在直线上，△OAB的面积为6，**

**求点B的坐标。**

**11. 如图，直线y=kx+6与x轴分别交于E、F。点E（-8，0），点A（-6，0）.**

**（1）求k的值；**

 **（3）探究：P（x,y）是直线上的一个动点当P运动到什么位置时（点P的坐标），**

**△OPA的面积为9，并说明理由。**

1. **课堂小结：**

**八年级数学思维训练第九课**

**教学内容：图形旋转巧转化**

**学习目标：**

**1、通过对图形进行旋转操作，寻找解决问题的突破口，再通过有理有据的推理证明，说明所寻找的方法是合理的、正确的；**

**2、经历观察、想象、操作、推理等探索过程，在活动中体会要想培养合乎情理的直觉，必需在平时多多积累操作图形、推理说理的经验。**

**重点：**

**1、在图形操作的过程中寻找解决问题的突破口；**

**2、通过有理有据的推理证明，说明所寻找的方法是合理的、正确的。**

**难点：通过旋转图形的方法寻找解决问题的突破口。**

****

**学习过程：**

**一、课前预习：**

**旋转的性质：如果一个图形绕着某一点按顺时针或逆时针方向旋转一定角度后能与另一图形重合，那么这两个图形的对应边\_\_\_\_\_\_，对应角\_\_\_\_\_\_，对应点与旋转中心连线的夹角\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_，且等于\_\_\_\_\_\_\_\_。**

**二、讲解：**

**活动一：**

**在△ABC中，AC=BC，∠C＝90°。**

**操作1：在图中，将直角三角尺的直角顶点放置于AB的中点D处，并绕其旋转。设三角尺的两直角边分别交AC、BC于点M、N。**

****

****

**通过观察或测量DM、DN的长度，猜想DM、DN满足的数量关系，并向同学表述你的推理过程。**

**操作2：在图中，将直角三角尺的直角顶点放置于AB的三等分点E处，并绕其旋转。设三角尺的两直角边分别交AC、BC于点P、Q。**

**通过观察或测量EP、EQ的长度，猜想EP、EQ满足的数量关系，并向同学表述你的推理过程。**

****

****

**活动二：**

****

**如图，在Rt△ABC中，∠C＝90°，AC=BC=4，D是斜边AB的中点。把三角尺的直角顶点与D重合，当三角尺转动时，两直角边与AC、BC交于F、E，四边形CEDF的面积会不会随三角尺的转动而发生变化？若不变，求出它的面积；若变化，请说明理由。**

**练习：如图，在矩形ABCD中，CD＝2，将三角尺的30°角的顶点与A重合，一边与AD重合，另一边过点C。当顺时针转动三角尺α（0°≤α≤60°）度时，求三角尺与矩形重合部分的面积（用含α的代数式表示）。**

****

**分析：三角尺的转动实际上可以看作∠DAC的旋转，其中A为旋转中心。从图形的运动分析可以得到两类图形，如图（2）与图（3）。**

**活动三：**

****

**如图，在四边形ABCD中，AB=AD，∠BAD=∠C=90°，AE⊥BC，垂足为E，四边形ABCD的面积为16。求AE的长。你该如何解决呢？说说你的解题思路。**

**练习：如图，正方形*ABCD*的边长为1，点*F*在线段*CD*上运动，*AE*平分∠*BAF*交*BC*边于点*E*．**

**求证： *AF*＝*DF*＋*BE*．**

**三、课堂小结：**

**通过这堂课的学习，你认为怎样可以找到解决几何问题的方法？请和你的同学们交流。**

**八年级数学思维训练第十课**

**教学内容：折纸**

**教学目标：**

**1、通过折纸活动使学生经历动手操作的过程体会数学与生活的联系；**

**2、进一步激发学生对数学证明的兴趣感受证明的必要性感受合情推理和演绎推理相**

**辅相成的关系；**

**3、进一步发展合乎逻辑的思考和有条理表达的能力；**

**4、培养学生的合作交流的精神.**

**教学重点：进一步发展合乎逻辑的思考和有条理表达的能力.**

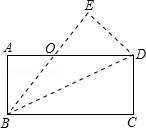
**教学难点：进一步发展合乎逻辑的思考和有条理表达的能力.**

**教学过程：**

**一、操作探究**

**活动一**

**已知：如图，把一张矩形纸片ABCD沿BD对折，使C点落在E处，BE与AD相交于点O．**

****

**问题1：图中有哪些相等的线段？**

**问题2：给出下列结论：①BE平分∠ABD；**

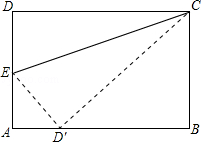
**②△ABO≌△EDO；③∠AOE=120°．**

**其中正确的结论有**

**问题3：试判断重叠部分的三角形BOD的形状，并证明你的结论．**

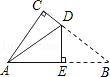
**问题4：已知AB=6、BC=8，求BO的长．**

**练习：如图，取一张长方形纸片，它的长AB=10cm，宽BC=菁优网-jyeoocm，然后以虚线CE（E点在AD上）为折痕，使D点落在AB边上，则AE=　\_\_\_\_\_\_\_\_\_　cm，∠DCE=　\_\_\_ ．**

****

**活动二**

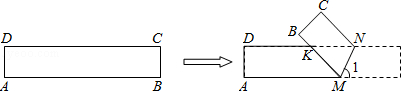
**如图是一张直角三角形的纸片，两直角边AC=6cm、BC=8cm，现将△ABC折叠，使点B与点A重合，折痕为DE，问BE的长是多少？**

****

**变式：若AD为折痕，使点C落在AB边上的点E处，则BE的长是多少呢？**

**活动三**

**如图，ABCD是一张矩形纸片，AD=BC=1，AB=CD=5．在矩形ABCD的边AB上取一点M，在CD上取一点N，将纸片沿MN折叠，使MB与DN交于点K，得到△MNK．**

****

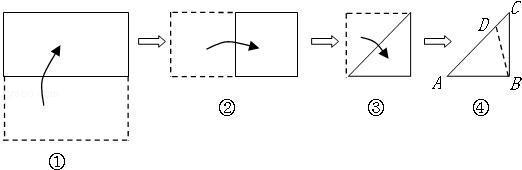
**（1）若∠1=70°，求∠MKN的度数；**

**（2）△MNK的面积能否小于菁优网-jyeoo？若能，求出此时∠1的度数；若不能，试说明理由；**

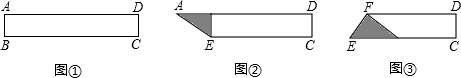
**（3）如何折叠能够使△MNK的面积最大？请你用备用图探究可能出现的情况，求最大值．**

**二、巩固练习**

**1. 动手折一折：将一张正方形纸片按下列图示对折3次得到图④，在AC边上取点D，使AD=AB，沿虚线BD剪开，展开△ABD所在部分得到一个多边形，则这个多边形的一个内角的度数是　\_\_\_\_\_\_\_\_\_　度．**



**2. 如图，将矩形纸片ABCD（图1）按如下步骤操作：（1）以过点A的直线为折痕折叠纸片，使点B恰好落在AD边上，折痕与BC边交于点E（如图2）；（2）以过点E的直线为折痕折叠纸片，使点A落在BC边上，折痕EF交AD边于点F（如图3）；（3）将纸片收展平，那么∠AEF的度数为　\_\_\_\_\_\_\_\_\_　．**

****

**三、小结收获**

**本节课你有何收获？有何疑问？**

**八年级数学思维训练第十一课**

**教学内容：棋盘上马的行踪**

**教学目标 ：**

**1.经历运用所学知识解决实际问题的过程；**

**2.进一步领会位置变化与数量变化之间的关系;**

**3.通过探索活动，感受“分类”的数学思想，体验到学数学的乐趣.**

**教学重点：领会位置变化与数量变化之间的关系;**

**教学难点：领会位置变化与数量变化之间的关系。**

**教具准备：象棋**

**教学设计：**

**一、情境引入：**

**在中国象棋中，马走“日”字，即每步从 1×2 矩形的一个顶点跳到相对的顶点。**

**如图，马从*M*（3，2）一次只能跳到*A、B、C、D、E、F、G、H*中的任何一个位置。**

**二、探索活动：**

**活动一：马回原位**

**1、最少经过多少步（每步不重复）马可以回到原位？**

**2、还可以经过多少步（每步不重复）马可以回到原位？**

**3、你发现了什么规律？**

**活动二：走遍棋盘**

**1、马能否从图中所在位置出发，不重复、不遗漏地走遍己方半个棋盘（即每一点都走到并且只到一次）？请说明理由。**

**不妨将马目前所在位置涂成白色，用涂色的方法，将棋盘上的点分为黑、白相间的两类，有助于发现规律！**

****

****

**2、马能否从图中所在位置出发，不重复、不遗漏地走遍整个棋盘（即每一点都走到并且只到一次）？请说明理由。**

**3、马能否从棋盘上任意一点出发，不重复、不遗漏地走遍整个棋盘（即每一点都走到并且只到一次）？请说明理由。**

**活动三：活动创新**

**1、如果一匹大马的“步伐”为 1×3，即每步从1×3矩形的一个顶点跳到相对的顶点，那么这匹大马能否从图中点M出发，不重复、不遗漏地走遍己方半个棋盘或整个棋盘（即每一点都走到并且只到一次）？请说明理由。**

**2、如果棋盘有足够大，一匹 “步伐”为 1×*n* 的马能否从任意位置出发，不重复、不遗漏地走遍整个棋盘（即每一点都走到并且只到一次）？请写出你的结论。**

**三、作品欣赏：**

**哈密顿问题**

**可以看到，中国象棋棋盘上的马可以从任意一点出发，不重复、不遗漏地走遍整个棋盘上的所有点，我们把这样的路线称为棋盘上马的哈密顿途径。如果最后一步马回到了原来的出发点，那么我们把这样的途径称为棋盘上马的哈密顿圈。**

**1856年，哈密顿（Hamilton，W.R.1805～1865，爱尔兰数学家、天文学家）提出了一个周游世界的游戏。以一个正12面体的20个顶点分别代表20个城市，要求旅行者从1个城市出发，沿着正12面体的棱，寻找一条不重复、不遗漏地一次跑遍所有城市，最后回到出发点的途径。**

****

**可以用1～20，这20个自然数分别表示城市**

**平面图形**

**立体图形**

**上面这个游戏一经提出便成为一种时尚，风靡一时，引出了许多有趣的问题。人们把游戏中所说的，走过各顶点一次且仅仅一次的行走路线称为哈密顿途径。如果最后回到起点，那么这条途径就称为哈密顿圈。**

**如果一个图包含哈密顿圈，那么称这个图是哈密顿图。如何判断一个图是否为哈密顿图，则是一个至今尚未解决的难题——图论中的哈密顿问题。**

**八年级数学思维训练第十二课**

**教学内容：坐标化**

**教学目标**

**⑴通过对坐标化过程的探索，体验建立数学模型，将实际问题数学化．**

**⑵通过建立不同类型的坐标系，对图形位置变化和点的坐标的变化探索，进一步感受数量变化与位置变化的联系，感受到数形结合思想在生活中的应用。**

**⑶培养学生勤于实践，勇于发现，乐于创新的学习品质．**

**教学重点：经历坐标化活动，提高学生动手操作的能力、发现问题并提出问题的能力、分析问题和解决问题的能力、解释实际问题的能力．**

**教学难点：从活动中提出数学猜想，并探索不同类型坐标系建立的方法．**

**教学具准备：刻度尺，量角器和圆规等作图工具**

**教学设计：**

**㈠情境创设**

**在平面内，平面直角坐标系建立了点的坐标（有序实数对）和点的位置之间的一一对应的关系。当然我们还可以建立其他坐标系，也同样能表示点的位置。**

**问题：怎样建立不同类型的坐标系呢？**

**方法：将平面直角坐标系的纵轴绕原点旋转一定角度．**

**㈡活动发现**

**1.操作:建立菱形坐标系**

**在平面内画两条原点重合、具有相同单位长度、夹角不等于90度的数轴，这就建立了平面菱形坐标系（如图）。　（当夹角等于90度时是平面直角坐标系）**

**C B**

**O A**

**D**

**我们可以将A,B,C,D的坐标分别确定为A（4，0）、B（ ， ）、C（ ， ）、**

**D（ ， ），请在图中描出点E(3,3.5)、F（，-2）。**

**问题：还能建立其他类型的坐标系吗？**

1. **操作：建立三角形坐标系**

**在平面内画两条原点重合、具有相同单位长度、夹角等于60度的数轴，图中的平行线将平面分成若干个小等边三角形，这就建立了平面菱形坐标系（如图）。（其实三角形坐标系是由菱形坐标系变化得到的）**

**y**

**7**

**6B**

**5**

**4 D**

**3**

**2 c**

**1**

**O x**

**1 2 3 4 A 5 6 7**

**与平面直角坐标系类似，我们可以将A,B,C,D的坐标分别确定为A（5，0）、B（0，6）、**

**C（ ， ）、D（ ， ），请在图中描出点E(3,6)、F（6，3）。**

**㈢活动创新**

**问题**　**在一只油坛里装有许多油，另有两只空油瓶，大瓶可装500ml，小瓶可装300ml， 规定只能用这两只空油瓶作为量器，允许到来到去。问怎样才能恰好倒出400ml油来？**

**分析：也许你已经想出了倒油的方法，现在能不能建立三角形坐标系来解决呢？**

**思考：想一想，用三角形坐标系来解决这类问题有什么好处？**

**活动收获:**

1. **检测设计**

**试着创建其他坐标系，把你的想法记录下来，并与同学交流。**